19. If $W \subset V$ is invariant under T, includes a linear transformation $\overline{T}$ on V/W, defined by $(v+W)\overline{T} = vT + W$ If T satisfied the polynomial $q(x) \in F[x]$, then so does $\overline{T}$. If $p_1(x)$ is the minimal polynomial for $\overline{T}$ over F and if $p(x)$ is that for T then $p_1(x) / p(x)$.

T கீழ் $W \subset V$ மாறாமல் இருந்தால், V/W இல் $\overline{T}$ நேரியல் மாற்றம் அடங்கும், மேலும் இது $(v+W)\overline{T} = vT + W$ ஆல் வரையறுக்கப்படுகிறது. T ஆனது $q(x) \in F[x]$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையை திருப்திப்படுத்தினால், $\overline{T}$ ஐதிருப்திப்படுத்துகிறது. $p_1(x)$ என்பது $\overline{T}$ ஆனது F ன் மீது குறைந்தபட்ச பல்லுறுப்புக் கோவை மற்றும் $p(x)$, Tக்கு இருந்தால் $p_1(x)/p(x)$ ஆகும் எனக் காட்டுக.

20. Prove that interchanging two rows of A change the sign of its determinant.

A இன் இரண்டு வரிசைகளை ஒன்றுக்கொன்று மாற்றுவது அதன் அணிக்கோவையின் குறியை மாற்றுகிறது என்பதை நிரூபிக்க.

SRM GANGA INSTITUTE OF ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

NOVEMBER/DECEMBER 2024

BMA61 — LINEAR ALGEBRA

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — ($10 \times 2 = 20$ marks)

Answer ALL questions.

1. Check whether the set $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}\right\}$ is linearly dependent or linearly independent.

$\left\{\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}\right\}$ என்ற கணம் நேரியல் சார்புடையது அல்லது நேரியல் சார்பற்றது என்பதை சரிபார்க்கவும்.

2. Give an example of three linearly dependent vectors in R^3 such that none of the three is a multiple of another.

R^3 இல் உள்ள மூன்று நேரியல் சார்ந்த வெக்டார்கள் உள்ளது அந்த மூன்றில் எதுவுமே மற்றொன்றின் பெருக்கமாக இருக்காது எனில் உதாரணத்தைக் கொடுக்க.

3. Let $x = (2, 1+i, i)$ and $y = (2-i, 2, 1+2i)$ be vectors in C^3. Compute (x, y).

$x = (2, 1+i, i)$ மற்றும் $y = (2-i, 2, 1+2i)$ ஆகியவை C^3 இல் திசையன்களாக இருந்தால் (x, y) கணக்கிடுக.

(b) Let V be an inner product space and $S=\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ be an orthogonal subset of V consisting of non-zero vectors. If $y \in \text{span}(S)$ then $y=\sum_{i=1}^{k} \frac{\langle y, v_i \rangle}{\|v_i\|^2} v_i$.

V ஒரு உட்பெருக்கம் இடமாகவும் மற்றும் $S=\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ என்பது பூஜ்ஜியம் அல்லாத திசையன்களைக் கொண்ட V இன்செங்குத்தான உட்கணமாகவும இருக்கட்டும். மேலும் $y \in \text{span}(S)$ என்றால் $y=\sum_{i=1}^{k} \frac{\langle y, v_i \rangle}{\|v_i\|^2} v_i$ எனக் காட்டுக.

13. (a) If $T \in A(V)$ and if $\dim_F V = n$ and if T has 'n' distinct characteristics roots in F. then there is a basis of V over F which consists of characteristics vector of 'T'.

$T \in A(V)$ மற்றும் $\dim_F V = n$ மற்றும் T என்றால் F. இல் 'n' தனித்துவமான சிறப்பியழ் மூலங்களைக் கொண்டிருந்தால், V மீது V இன் அடிப்படை உள்ளது, இதில் 'T' இன் சிறப்பியழ்திசையன் இருக்கும் எனக் காட்டுக.

Or

(b) If V is finite dimensional over F then for $S, T \in A(V)$ Prove that

(i) $r(ST) \leq r(T)$

(ii) $r(TS) \leq r(T)$

V என்பது Fக்கு மேல்முடிவுறு பரிமாணமாக இருந்தால் $S, T \in A(V)$க்கு அதை நிரூபிக்கவும்.

(i) $r(ST) \leq r(T)$

(ii) $r(TS) \leq r(T)$

LIBRARY

14. (a) If V is an n-dimensional over 'F' and if $T \in A(V)$ has all its characteristic roots in F, then T satisfies a polynomial of degree 'n' over 'F'.

V ஆனது 'F'க்கு மேல் n-பரிமாணமாக இருந்தால் மற்றும் $T \in A(V)$ அதன் அனைத்து சிறப்பியழ் மூலங்களையும் F இல் கொண்டிருந்தால், T ஆனது 'F'க்கு மேல்படிநிலை 'n' இன் பல்லுறுப்புக் கோவையை நிறைவு செய்கிறது எனக் காட்டுக.

Or

(b) If the matrix $A \in F_n$ has all its characteristic roots in F, then there is matrix $C \in F$ such that CAC^{-1} is a triangular matrix.

அணி $A \in F_n$ ஆனது F இல் அதன் அனைத்து சிறப்பியழ் மூலங்களையும் கொண்டிருந்தால், அணி $C \in F$ ஆனது CAC^{-1} ஒரு முக்கோண அணியாக இருக்கும் எனக் காட்டுக.